01 (Unicamp 2015 – 1ª fase) (Acréscimo e decréscimo percentual) Uma compra no valor de 1.000 reais será paga com uma entrada de 600 reais e uma mensalidade de 420 reais. A taxa de juros aplicada na mensalidade é igual a

a) 2 %. b) 5 %. c) 8 %. d) 10 %.

Resolução:

$420 = 400(1 + t) \therefore 1 + t = 1{,}05 \therefore t = 5\%$.

01) (FGV 2015) (Acréscimos e decréscimos percentuais) Salomão aplicou R$ 15.000,00 durante um ano, à taxa de 8% ao ano.
Em seguida, aplicou o montante obtido por mais um ano, à taxa de 9% ao ano, obtendo, no final, um montante de *x* reais.
A soma dos algarismos de *x* é:

a) 27 b) 25 c) 23 d) 26 e) 24

Resolução:

$x = 15.000 \cdot 1{,}08 \cdot 1{,}09 \therefore x =$ R$ 17.658,00
A soma dos algarismos é 1 + 7 + 6 + 5 + 8 = 27.

02) (FGV 2014) (Acréscimos e decréscimos percentuais) Uma televisão é vendida em duas formas de pagamento:

- Em uma única prestação de R$ 2.030,00, um mês após a compra.
- Entrada de R$ 400,00 mais uma prestação de R$ 1.600,00, um mês após a compra.

Sabendo que a taxa de juros do financiamento é a mesma nas duas formas de pagamento, pode-se afirmar que ela é igual a:

a) 7% ao mês b) 7,5% ao mês c) 8% ao mês d) 8,5% ao mês e) 9% ao mês

Resolução:

$V_n = V_0(1 + t)$

$$\begin{cases} 2.030 = V_0(1+t) \\ 1.600 = (V_0 - 400)(1+t) \end{cases} \therefore \begin{cases} 2.030 = V_0(1+t) \\ 1.600 = V_0(1+t) - 400(1+t) \end{cases} \therefore 1.600 = 2.030 - 400(1 + t)$$

$t = 7{,}5\%$ ao mês.

03) (FGV 2014) (Acréscimos e decréscimos percentuais) Toda segunda-feira Valéria coloca R$ 100,00 de gasolina no tanque de seu carro. Em determinada segunda-feira, o preço por litro do combustível sofreu um acréscimo de 5% em relação ao preço da segunda-feira anterior. Nessas condições, na última segunda-feira, o volume de gasolina colocado foi *x*% inferior ao da segunda-feira anterior. É correto afirmar que *x* pertence ao intervalo:

a) [4,9; 5,0[
b) [4,8; 4,9[
c) [4,7; 4,8[
d) [4,6; 4,7[
e) [4,5; 4,6[

04) (Enem 2013) (Acréscimos e decréscimos) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.
Um cliente deseja comprar um produto que custava R$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.
Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de
a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Resolução:

O cliente vai pagar $50\times0,8$ = R$ 40,00 pelo produto.
Se possuísse o cartão fidelidade pagaria $50\times0,8\times0,9$ = R$ 36,00
Logo a economia adicional seria de R$ 4,00.

05) (FGV 2013) (Juro simples) Um capital ***C*** de R$ 2.000,00 é aplicado a juros simples à taxa de 2% ao mês. Quatro meses depois, um outro capital ***D*** de R$ 1.850,00 também é aplicado a juros simples, à taxa de 3% ao mês.Depois de ***n*** meses, contados a partir da aplicação do capital ***C***, os montantes se igualam.
Podemos afirmar que a soma dos algarismos de ***n*** é:
a) 10 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6

Resolução:

$2.000(1 + 0,02\cdot n) = 1.850[1 + 0,03\cdot(n - 4)] \therefore n = 24$
A soma dos algarismos de n é 6.

06) (FGV 2013) (Juros compostos) Se uma pessoa faz hoje uma aplicação financeira a juros compostos, daqui a 10 anos o montante M será o dobro do capital C aplicado.

Utilize a tabela abaixo.

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
2^x	1	1,0718	1,1487	1,2311	1,3195

Qual a taxa anual de juros?

a) 6,88%
b) 6,98%
c) 7,08%
d) 7,18%
e) 7,28%

Resolução:

$M = C(1 + i)^n$ e $M = 2C$, assim, $2C = C(1 + i)^{10} \therefore 2 = (1 + i)^{10} \therefore 2^{0,1} = 1 + i \therefore i = 1,0718 - 1$
$i = 0,0718 = 7,18\%$.

07) (Fuvest 2013) (Acréscimos e decréscimos percentuais) Quando se divide o Produto Interno Bruto (PIB) de um país pela sua população, obtém-se a renda *per capita* desse país. Suponha que a população de um país cresça à taxa constante de 2% ao ano. Para que sua renda *per capita* dobre em 20 anos, o PIB deve crescer anualmente a uma taxa de constante de, aproximadamente,

Dado: $\sqrt[20]{2}$; 1,035

a) 4,2% b) 5,6% c) 6,4% d) 7,5% e) 8,9%

Resolução:

$$\frac{\text{PIB}}{\text{POP}} = \text{renda} \quad \therefore \quad \frac{\text{PIB}(1+x)^{20}}{\text{POP}(1{,}02)^{20}} = 2 \cdot \text{renda} \quad \therefore \quad \frac{\text{renda} \cdot (1+x)^{20}}{(1{,}02)^{20}} = 2 \cdot \text{renda} \quad \therefore \quad \left(\frac{1+x}{1{,}02}\right)^{20} = 2 \quad \therefore$$

$$\frac{1+x}{1{,}02} = \sqrt[20]{2}$$

$1 + x = (1{,}035)\cdot(1{,}02) \therefore x = 5{,}57\%$, ou seja, aproximadamente 5,6%.

08) (FGV 2013) (Acréscimos percentuais) O PIB *per capita* de um país, em determinado ano, é o PIB daquele ano dividido pelo número de habitantes.

Se, em um determinado período, o PIB cresce 150% e a população cresce 100%, podemos afirmar que o PIB *per capita* nesse período cresce

a) 20% b) 25% c) 35% d) 45% e) 50%

Resolução:

$$\text{PIB } per\ capita = \frac{\text{PIB}}{\text{habitantes}} \ \therefore \ \text{PIB } per\ capita_2 = \frac{(1+150\%)\text{PIB}}{(1+100\%)\text{habitantes}}$$

$$\text{PIB } per\ capita_2 = 1{,}25\frac{\text{PIB}}{\text{habitantes}}$$, ou seja, há um crescimento de 25%.

09) (Enem 2012) (Juros compostos) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R$ 55.000,00;
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R$ 30.000,00, e mais uma prestação de R$ 26.000,00 para dali a 6 meses;
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R$ 20.000,00, mais uma prestação de R$ 20.000,00, para dali a 6 meses e outra de R$ 18.000,00 para dali a 12 meses da data da compra;
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R$ 15.000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R$ 39.000,00;
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R$ 60.000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor), em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo. Após avaliar a situação do ponto financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolução:

Arthur tem os R$ 55.000,00.

- Opção 1: R$ 55.000,00;

- Opção 2: Paga R$ 30.000,00 de entrada e aplica R$ 25.000,00 por um semestre obtendo um montante de $25.000\times1,1$ = R$ 27.500,00 e saca R$ 26.000,00. Aplica R$ 1.500,00 por um semestre obtendo um montante de $1.500\times1,1$ = R$ 1.650,00. Ao final de um ano terá o terreno mais R$ 1.650,00;

- Opção 3: Paga R$ 20.000,00 de entrada e aplica R$ 35.000,00 obtendo um montante de $35.000\times1,1$ = R$ 38.500,00, saca R$ 20.000,00 e aplica R$ 18.500,00 obtendo $18.500\times1,1$ = R$ 20.350,00 e saca R$ 18.000,00. Ao final de um ano terá o terreno mais R$ 2.350,00;

- Opção 4: Paga R$ 15.000,00 de entrada e aplica R$ 40.000,00 por uma ano obtendo um montante de $40.000\times(1,1)^2$ = R$ 48.400,00 e saca R$ 39.000,00. Ao final de um ano terá o terreno mais R$ 9.400,00;

- Opção 5: Aplica R$ 55.000,00 por um ano obtendo um montante de $55.000\times(1,1)^2$ = R$ 66.650,00 e saca R$ 60.000,00. Ao final de um ano terá o terreno mais R$ 6.650,00.

A opção 4 é mais vantajosa.

10) (Unesp 2012) (Juros compostos) O mercado automotivo na América Latina crescerá, no máximo, 2% em 2012. A estimativa é que, após esse período, ele voltará a expandir-se mais rapidamente, o que permitirá um crescimento médio de 5% nos próximos cinco anos.
A afirmação foi feita pelo presidente da GM na América do Sul. Suas estimativas para as vendas, especificamente da GM na América Latina, são de 1,1 milhão de unidades em 2012 e de chegar a 1,4 milhão de veículos por ano até 2015.

(http://economia.estadao.com.br,06.10.2011.Adaptado.)

A estimativa de que as vendas da GM, na América Latina, chegarão a 1,4 milhão de unidades no ano de 2015 pode ser considerada

a) otimista, pois para isto a taxa média de crescimento anual das vendas para o período deveria ser maior que 5%.
b) tímida, pois para isto a taxa média de crescimento anual das vendas para o período deveria ser menor que 5%.
c) correta, pois para isto a taxa média de crescimento anual das vendas para o período deveria ser igual a 5%.
d) realista, pois para isto a taxa média de crescimento anual das vendas para o período deveria ser menor ou igual a 5%.
e) não matematicamente verificável, pois não são fornecidos dados suficiente para isto.

Resolução:

Sendo de 1,1 milhão a estimativa para 2012 e admitindo um crescimento médio de 5% ao ano durante 3 anos, tem-se $1,1\cdot(1,05)^3$; 1,33 milhão.
Logo, alternativa A

11) (FGV 2012) (Juros compostos) César aplicou R$ 10.000,00 num fundo de investimentos que rende juros compostos a uma certa taxa de juro anual positiva i. Após um ano, ele saca desse fundo R$ 7.000,00 e deixa o restante aplicado por mais um ano, quando verifica que o saldo é R$ 6.000,00. O valor de $(4i - 1)^2$ é:

a) 0,01 b) 0,02 c) 0,03 d) 0,04 e) 0,05

Resolução:

$[10.000(1 + i) - 7.000]\cdot(1 + i) = 6.000 \therefore (3.000 + 10.000i)\cdot(1 + i) = 6.000 \therefore (3 + 10i)\cdot(1 + i) = 6$
$10i^2 + 13i - 3 = 0 \therefore i = -1{,}5$ (não serve) ou $i = 0{,}2$.
Assim, $(4i - 1)^2 = (4\cdot 0{,}2 - 1)^2 = 0{,}04$

12) (FGV 2012) (Aumento e decréscimos percentuais) Em um período de grande volatilidade no mercado, Rosana adquiriu um lote de ações e verificou, ao final do dia, que ele sofrera uma valorização de 8% em relação ao preço pago na compra. No final do dia seguinte, o mesmo lote sofrera uma desvalorização de 6% em relação ao valor do final do dia anterior; nesse momento, isto é, no final do segundo dia, Rosana decidiu vender o lote e recebeu por ele R$ 10.152,00.
Entre a compra e a venda ela ganhou x reais. A soma dos algarismos de x é:
a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Resolução;

Seja v o valor investido.
$v\cdot 1{,}08\cdot 0{,}94 = 10.152 \therefore v = 10.000$
$x = 10.152 - 10.000 = 152$
A soma dos algarismos de x é $1 + 5 + 2 = 8$.

13) (FGV 2012) (Juros compostos) Aplicando 1 real a juros compostos durante 12 anos, obtém-se um montante de 64 reais. Usando a tabela abaixo,

x	1	2	3	4	5	6
$\sqrt{x}$	1	1,4142	1,7321	2	2,2361	2,4495

pode-se dizer que a taxa anual de juros é:
a) 41,42%
b) 73,21%
c) 100%
d) 123,61%
e) 144,95%

Resolução:

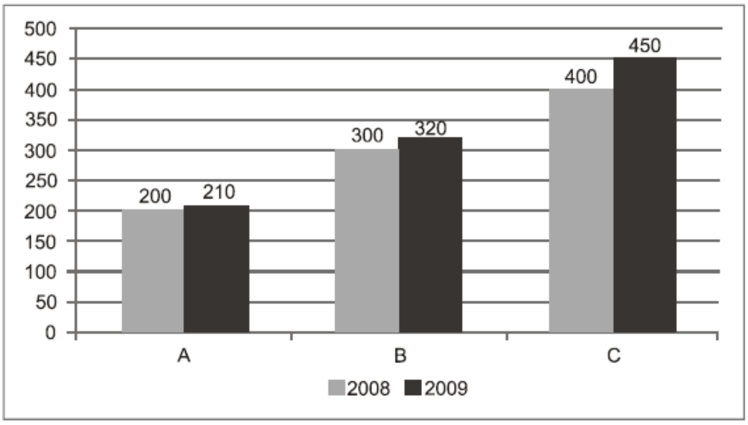
$1\cdot(1 + \mathrm{i})^{12} = 64 \therefore 1 + \mathrm{i} = \sqrt{2} \therefore \mathrm{i} = 1{,}4142 - 1 \therefore \mathrm{i} = 41{,}42\%$

14) (Insper 2012) (Decréscimo percentual) O preço de um produto na loja A é 20% maior do que na loja B, que ainda oferece 10% de desconto para pagamento à vista. Sérgio deseja comprar esse produto pagando à vista. Nesse caso, para que seja indiferente ele optar pela loja A ou pela B, o desconto oferecido pela loja A para pagamento à vista deverá ser de
a) 10% b) 15% c) 20% d) 25% e) 30%

Resolução:

Sendo p o preço na loja B o preço na loja A é $1{,}2p$.
O preço na loja B para pagamento à vista é $0{,}9p$.
Para que seja indiferente comprar à vista na loja A ou na B, a loja A deve dar um desconto x, tal que
$0{,}9 = 1{,}2p(1 - x) \therefore 3 = 4 - 4x \therefore x = 25\%$.

15) (FGV 2011) (Porcentagem) O gráfico abaixo apresenta os lucros anuais (em milhões de reais) em 2008 e 2009 de três empresas *A*, *B* e *C* de um mesmo setor.



A média aritmética dos crescimentos percentuais dos lucros entre 2008 e 2009 das três empresas foi aproximadamente:

a) 8,1% b) 8,5% c) 8,% d) 9,3% e) 9,7%

Resolução:

Lucro de *A*: $\frac{210-200}{200}=5\%$

Lucro de *B*: $\frac{320-300}{300}$; $6,67\%$

Lucro de *C*: $\frac{450-400}{400}=12,5\%$

Média aritmética: $\frac{5\%+6,67\%+12,5\%}{3}$; $8,06\%$

Alternativa A

16) (FGV 2011) (Porcentagem) Uma pequena empresa fabrica camisas de um único modelo e vende por R$ 80,00 a unidade. Devido ao aluguel e a outras despesas fixas que não dependem da quantidade produzida, a empresa tem um custo fixo anual de R$ 96.000,00. Além do custo fixo, a empresa tem que arcar com custos que dependem da quantidade produzida, chamados custos variáveis tais como matéria-prima, por exemplo; o custo variável por camisa é R$ 40,00.

No ano passado, a empresa lucrou R$ 60.000,00. Para dobrar o lucro neste ano, em relação ao lucro do ano passado, a quantidade vendida neste ano terá de ser *x*% maior que a quantidade vendida no ano passado.

O valor mais próximo de *x* é:

a) 120 b) 100 c) 80 d) 60 e) 40

Resolução

O custo anual *y* em função da quantidade de camisas produzidas *c* é $y = 96.000 + 40c$.

A receita anual *R* é igual a $80c$ e o lucro anual *L* é $L = R - y \therefore L = 80c - (96.000 + 40c)$

$L = 40c - 96.000$

No ano passado o lucro foi de R$ 60.000,00, então $60.000 = 40c - 96.000 \therefore c = 3.900$ camisas produzidas no ano passado.

Neste ano o lucro deverá ser 120.000, então $120.000 = 40c - 96.000 \therefore c = 5.400$

Assim, $x=\frac{5.400-3.900}{3.900}$; $38,46\% \therefore$ alternativa E.

17) (FGV 2011) (Juros compostos) Sandra fez uma aplicação financeira, comprando um título público que lhe proporcionou, após um ano, um montante de R$ 10.000,00. A taxa de juros da aplicação foi de 10% ao ano. Podemos concluir que o juro auferido na aplicação foi:
a) R$ 1.000,00
b) R$ 1.009,00
c) R$ 900,00
d) R$ 909,00
e) R$ 800,00

Resolução:

$10.000 = C(1{,}1) \therefore C \cong 9.090{,}91 \therefore J = 10.000 - 9.090{,}91 \therefore J \cong 909{,}09$.

Alternativa D.

18) (FGV 2011) (Juros compostos) Um investidor aplicou R$ 8.000,00 a juros compostos, durante 6 meses, ganhando, nesse período, juros no valor de R$ 1.600,00. Podemos afirmar que a taxa de juros anual da aplicação é um número:
a) entre 41,5% e 42,5%
b) entre 42,5% e 43,5%
c) entre 43,5% e 44,5%
d) entre 44,5% e 45,5%
e) entre 45,5% e 46,5%

Resolução:

$$V_n = V_i(1+p)^n \therefore 9.600 = 8.000(1+p)^{\frac{1}{2}} \therefore 1{,}2 = (1+p)^{\frac{1}{2}} \therefore (1{,}2)^2 = \left[(1+p)^{\frac{1}{2}}\right]^2$$

$1{,}44 = 1 + p \therefore p = 0{,}44 = 44\%$

19) (FGV 2010) (Juros compostos) No inicio do ano 2000, Alberto aplicou certa quantia a juros compostos, ganhando 20% ao ano. No inicio de 2009, seu montante era de R$ 5.160,00.
Se ele deixar o dinheiro aplicado nas mesmas condições, o juro recebido entre o início de 2010 e o início de 2011 será de aproximadamente:
a) R$ 929,99
b) R$ 1.032,00
c) R$ 1.135,00
d) R$ 1.238,00
e) R$ 1.341,00

Resolução:

O montante no início de 2010 será: $V_{2010} = 5.160(1{,}2)$

O montante no início de 2011 será: $V_{2011} = 5.160(1{,}2)^2$

O juro J será: $J = V_{2011} - V_{2010} = 5.160(1{,}2)^2 - 5.160(1{,}2) \therefore J =$ R$ 1.238,40

Aproximadamente R$ R$ 1.238,00

20) (Unicamp 2010) (Acréscimos e decréscimos percentuais) O valor presente, V_p, de uma parcela de um financiamento, a ser paga daqui a n meses, é dado pela fórmula abaixo, em que r é o percentual mensal de juros ($0 \le r \le 100$) e p é o valor da parcela.

$$V_p = \frac{p}{\left[1+\frac{r}{100}\right]^n}$$

a) Suponha que uma mercadoria seja vendida em duas parcelas iguais de R$ 200,00, uma a ser paga à vista, e outra a ser paga em 30 dias (ou seja, 1 mês). Calcule o valor presente da mercadoria, V_p, supondo uma taxa de juros de 1% ao mês.

b) Imagine que outra mercadoria, de preço $2p$, seja vendida em duas parcelas iguais a p, sem entrada, com o primeiro pagamento em 30 dias (ou seja, 1 mês) e o segundo em 60 dias (ou 2 meses). Supondo, novamente, que a taxa mensal de juros é igual a 1%, determine o valor presente da mercadoria, V_p, e o percentual mínimo de desconto que a loja deve dar para que seja vantajoso, para o cliente, comprar à vista.

Resolução:

a) Seja $V_{p_{n-1}} = \dfrac{p}{\left[1+\dfrac{r}{100}\right]^{n-1}}$ o valor presente da parcela n.

Assim,

o valor da parcela 1 é $V_{p_0} = \dfrac{200}{\left[1+\dfrac{1}{100}\right]^{0}} \therefore V_{p_0} = 200$

o valor da parcela 2 é $V_{p_1} = \dfrac{200}{\left[1+\dfrac{1}{100}\right]^{1}} \therefore V_{p_1} \; ; \; 198,02$

logo, o valor presente da tal mercadoria é $V_p = V_{p_0} + V_{p_1} \therefore V_p = 200 + 198,02 = 398,02$

Resposta: V_p = R$ 398,02

b) Seja $V_{p_n} = \dfrac{p}{\left[1+\dfrac{r}{100}\right]^{n}}$ o valor presente da parcela n.

Assim,

o valor da parcela 1 é $V_{p_1} = \dfrac{p}{\left[1+\dfrac{1}{100}\right]^{1}} \therefore V_{p_1} \; ; \; 0,99p$

o valor da parcela 2 é $V_{p_2} = \dfrac{p}{\left[1+\dfrac{1}{100}\right]^{2}} \therefore V_{p_2} = \dfrac{100^2 \cdot p}{101^2} \therefore V_{p_2} \; ; \; 0,98p$

logo, o valor presente da tal mercadoria é $V_p = V_{p_1} + V_{p_2} \therefore V_p = 0,99p + 0,98p = 1,97p$

$$1,97p = \left(1 - \frac{d}{100}\right)\cdot 2p \therefore 197 = (100 - d)\cdot 2 \therefore 98,5 = 100 - d \therefore d = 1,5$$

Resposta: O valor presente é $V_p = 1,97p$ e o desconto mínimo para que seja vantajoso, para o cliente, comprar a vista é 1,5%